255 $\forall x \in \mathbf{Z}, \exists y \in \mathbf{Z} \mid xy \leq 0$

256 $\forall x \in \mathbf{Z}, \exists y \in \mathbf{Z} \mid xy > 0$

257 $\exists x \in \mathbf{Z} \mid \forall y \in \mathbf{Z}, xy \leq 0$

258 $\exists x \in \mathbf{Z} \mid \forall y \in \mathbf{Z}, xy < 0$

Completa inserendo il simbolo $\exists$ o il simbolo $\forall$ in modo da ottenere delle proposizioni vere.

259 ..... $x \in \{x \mid x$ è un italiano$\}$ tale che x è nato in Toscana

260 ..... $x \in \{x \mid x$ è un italiano maggiorenne$\}$, x ha diritto di voto

261 ..... $x \in \mathbf{N}, x \geq 0$

262 ..... $x \in \mathbf{Z} \mid x \geq 0$

263 ..... $x \in \mathbf{N}$, ... $y \in \mathbf{N}$ tale che $x < y$

264 ..... $x \in A \cap B, x \in A$ e $x \in B$

265 $A \subset B \Rightarrow$ ..... $x \in B$ tale che $x \notin A$

266 ..... $x \in A \backslash B, x \notin B$

267 Chiamiamo $p(x, y)$ l'enunciato aperto «lo studente x studia sul libro y».

a. Traduci in linguaggio corrente ciascuna delle seguenti proposizioni:

$\forall x, \exists y \mid p(x, y)$

$\forall y, \exists x \mid p(x, y)$

$\exists y \mid \forall x, p(x, y)$

$\exists x \mid \forall y, p(x, y)$

b. La scrittura «$\exists x \mid p(x, y)$» rappresenta una proposizione o un enunciato aperto?

La negazione di proposizioni contenenti quantificatori

Scrivi la negazione delle seguenti proposizioni (*vedi esempi a p. 185 della teoria*).

268 Esiste un numero primo la somma delle cui cifre è divisibile per 3.

269 Ogni uomo vive più di 50 anni.

270 Ogni studente sostiene almeno due interrogazioni in un quadrimestre.

271 In ogni città c'è un aeroporto.

272 In ogni scuola c'è un laboratorio di informatica.

273 Non esiste un numero che è primo e pari.

274 Tutti gli insegnanti hanno vinto un concorso.

275 Ogni triangolo non scaleno ha almeno un asse di simmetria.

276 Quale tra le seguenti proposizioni è la negazione di «esiste una donna che non è sposata e ha figli»?

- ☐ ogni donna è sposata e non ha figli
- ☐ esiste una donna che è sposata e non ha figli
- ☐ ogni donna è sposata o non ha figli
- ☐ esiste una donna che è sposata o non ha figli

277 ESERCIZIO SVOLTO

Neghiamo la proposizione «in ogni mese dell'anno, c'è almeno un giorno in cui c'è bel tempo».

Utilizzando i simboli dei quantificatori, la proposizione data si può formalizzare così:

«$\forall$ mese dell'anno, $\exists$ un giorno in cui c'è bel tempo»

La sua negazione è:

«non è vero che, $\forall$ mese dell'anno, $\exists$ un giorno in cui c'è bel tempo» [*]

Essa si può riscrivere più semplicemente. Si può infatti fare «sorpassare» la negazione al primo quantificatore, $\forall$, trasformandolo in $\exists$:

«$\exists$ un mese dell'anno in cui non è vero che $\exists$ un giorno in cui c'è bel tempo»

Similmente, la negazione può sorpassare il secondo quantificatore $\exists$, trasformandolo in $\forall$:

«$\exists$ un mese dell'anno in cui, $\forall$ giorno, non è vero che c'è bel tempo»

Pertanto, una forma equivalente a [*], espressa in linguaggio corrente, è:

«esiste almeno un mese dell'anno in cui, tutti i giorni, non c'è bel tempo»

Scrivi la negazione delle seguenti proposizioni.

278 In ogni classe c'è almeno uno studente che è promosso con il massimo dei voti.

279 Esiste almeno un giorno dell'anno in cui tutti non lavorano.

280 Per ogni numero naturale, esiste un numero naturale che lo precede.

281 Esiste un numero reale x tale che, per ogni numero reale y, risulta $x \geq y$.

282 Esiste almeno una città in cui nessun abitante lavora.

283 È dato l'enunciato aperto «x ha lo stesso perimetro di y», dove x ha come dominio l'insieme dei triangoli e y quello dei quadrati. Considera la proposizione:

«$\forall x, \exists y \mid x$ ha lo stesso perimetro di y»

Traducila in linguaggio corrente e scrivine la negazione.