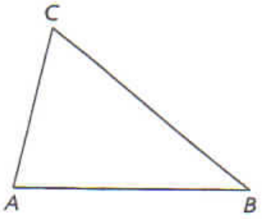
42 Dato un triangolo ABC e prolungata la mediana AM, relativa a BC, di un segmento $MD \cong AM$, dimostra che i triangoli AMC e BMD sono congruenti.

43 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e uno degli angoli esterni di vertice B è congruente a uno degli angoli esterni di vertice B'. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.

44 ESERCIZIO GUIDATO

In un triangolo ABC, sia CK la bisettrice dell'angolo $A\widehat{C}B$. Considera, sui lati AC e BC, rispettivamente, due punti P e Q tali che $CP \cong CQ$. Dimostra che $PK \cong QK$.



1. Disegna un triangolo ABC
2. Traccia la bisettrice CK
3. Considera $P \in AC$ e $Q \in BC$ tali che $CP \cong CQ$
4. Congiungi K con P e con Q.
5. Contrassegna gli elementi congruenti per ipotesi

....

$PK \cong QK$

Considera i triangoli CPK e CQK; essi hanno:
- $CP \cong$ .... per ....
- CK è in comune
- $P\widehat{C}K \cong$ .... perché ....

Quindi sono congruenti per il .... criterio di congruenza. In particolare $PK \cong$ .... in quanto elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

45 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche mediana relativa a BC, allora il triangolo è isoscele.

46 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $AB \cong A'B'$ e $\widehat{A} \cong \widehat{A'}$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le *mediane* relative ai lati BC e $B'C'$.

47 Sui lati a e b di un angolo $a\widehat{O}b$ considera, rispettivamente, due punti A e B tali che $OA \cong OB$. Dimostra che, comunque si prenda un punto P appartenente alla bisettrice di $a\widehat{O}b$, i due triangoli OPA e OPB sono congruenti. Considera poi due punti $R \in a$ ed $S \in b$ tali che $R \notin OA$, $S \notin OB$ ed $RA \cong SB$; dimostra che $RP \cong SP$.

48 ESERCIZIO GUIDATO

Dato un segmento AB e detto M il suo punto medio, traccia una semiretta a di origine A e una semiretta b di origine B da parti opposte rispetto ad AB in modo che gli angoli formati da tali semirette con il segmento AB siano congruenti. Traccia una retta passante per M che interseca a e b, rispettivamente, in P e Q, e dimostra che il triangolo APM è congruente al triangolo BQM.

1. Traccia un segmento AB
2. Indica con M il punto medio di AB
3. Traccia le due semirette a e b
4. Traccia la retta per M e indica con P e Q le intersezioni con a e b
5. Contrassegna gli elementi congruenti per costruzione

....

....

Considera i due triangoli APM e BQM; essi hanno:

- $P\widehat{A}M \cong$ .... per ipotesi
- $AM \cong$ .... perché ....
- $A\widehat{M}P \cong$ .... perché ....

Quindi i due triangoli sono congruenti in base al .... di congruenza.

49 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$, l'angolo esterno ad A è congruente all'angolo esterno ad A' e l'angolo esterno a B è congruente all'angolo esterno a B'. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.

50 Dato un triangolo ABC, traccia una semiretta di origine B, appartenente al semipiano avente come origine la retta AB che non contiene C, tale da formare con AB un angolo congruente a $C\widehat{A}B$.
Detto C' il punto d'intersezione del prolungamento della mediana CM con tale semiretta, dimostra che $AC \cong BC'$.

51 Dimostra che, se in un triangolo ABC l'altezza AH relativa a BC è anche bisettrice dell'angolo $\widehat{A}$, allora il triangolo è isoscele.

52 Dato un angolo $a\widehat{O}b$, considera un punto P sulla sua bisettrice e due punti $A \in a$ e $B \in b$, tali che:

a. $O\widehat{P}A \cong O\widehat{P}B$;

b. il prolungamento di BP, dalla parte di P, interseschi la semiretta a in R;

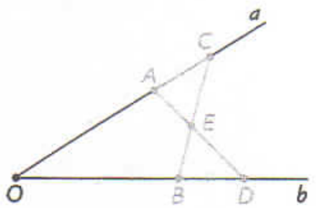
c. il prolungamento di AP, dalla parte di P, intersechi la semiretta b in S.

Dimostra che il triangolo APR è congruente al triangolo BPS.
(*Suggerimento: dimostra preliminarmente che il triangolo AOP è congruente a BOP*)

53 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $AC \cong A'C'$, $\widehat{A} \cong \widehat{A'}$ e $\widehat{C} \cong \widehat{C'}$. Dimostra che i due triangoli sono congruenti e che sono congruenti le *bisettrici* uscenti da B e B'.

54 ESERCIZIO GUIDATO

Sui lati a e b di un angolo $a\widehat{O}b$, considera rispettivamente due punti A e B tali che $OA \cong OB$. Considera poi, sul lato a, un punto $C \notin OA$ e, sul lato b, un punto $D \notin OB$ tali che $AC \cong BD$. Chiama E il punto d'intersezione dei segmenti BC e AD. Dimostra che i triangoli ACE e BDE sono congruenti.



....

....

Considera anzitutto i due triangoli OBC e ....; essi hanno

- $OB \cong$ .... per ipotesi
- $OC \cong$ .... perché .... di segmenti ....
- $C\widehat{O}B \cong$ .... perché ....

Pertanto essi sono congruenti per il ....

In particolare $O\widehat{B}C \cong$ .... e $O\widehat{C}B \cong$ ....

Considera ora i triangoli ACE e BDE; essi hanno:

- $AC \cong$ .... per ....
- $C\widehat{A}E \cong D\widehat{B}E$ perché supplementari degli angoli .... e ...., che sono congruenti per la precedente dimostrazione
- $A\widehat{C}E \cong$ .... per la precedente dimostrazione

Pertanto essi sono congruenti per il ....